Capítulo 1. (1.7) Vectores y suma de vectores

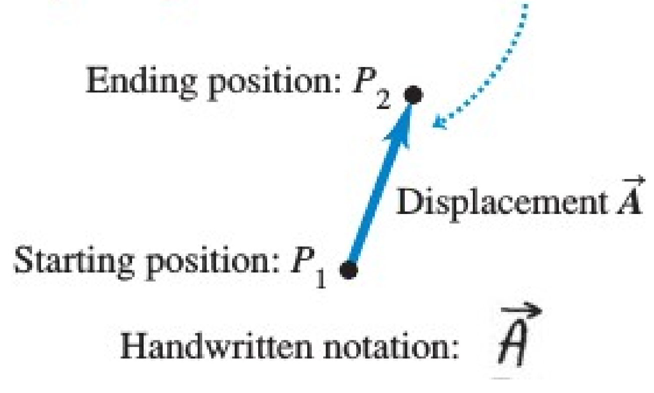
- **Escalar:** cantidad física que se describe con un sólo número y una unidad. Ej. temperatura, rapidez, masa, densidad

- **Vector:** posee una magnitud y una dirección en el espacio. Ej. fuerza, velocidad, torque, momentum, aceleración.

- **Desplazamiento:** cambio en la posición de un punto. Es una cantidad vectorial.

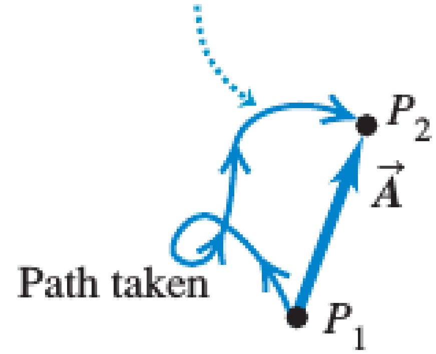
1.9 Displacement as a vector quantity. A displacement is always a straight-line segment directed from the starting point to the ending point, even if the path is curved.

(a) We represent a displacement by an arrow pointing in the direction of displacement.

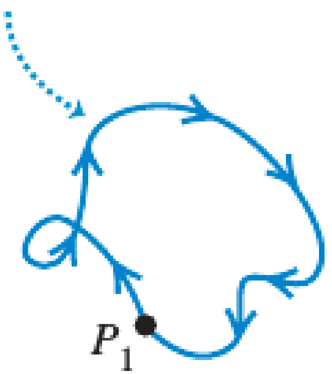


- Trayectoria: distancia total recorrida

(b) Displacement depends only on the starting and ending positions—not on the path taken.



(c) Total displacement for a round trip is 0, regardless of the distance traveled.



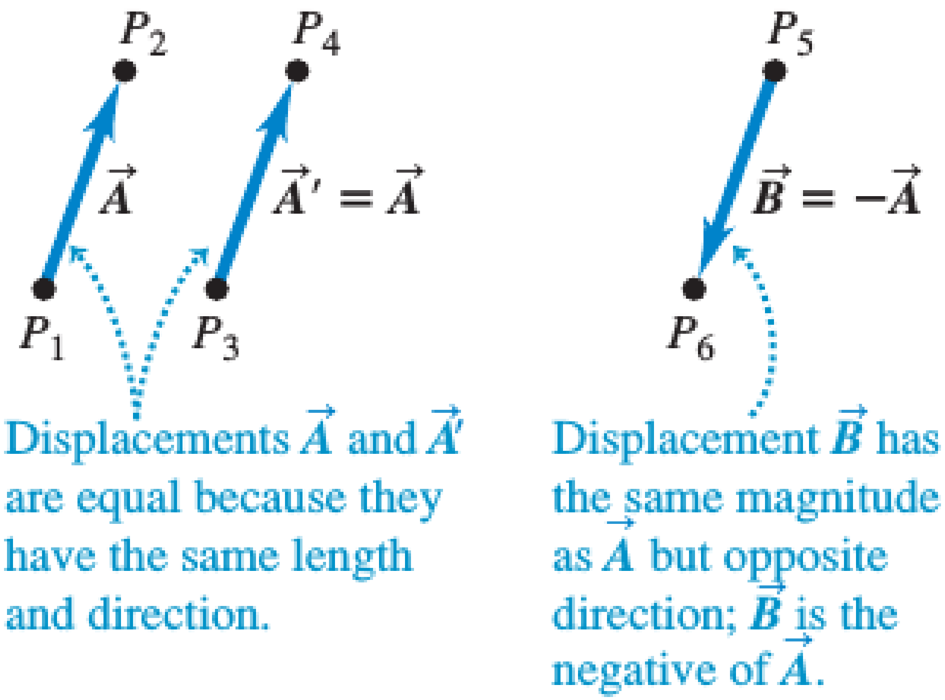
Magnitud de un vector:

$$(\text{Magnitude of } \vec{A}) = A = |\vec{A}| \quad (1.1)$$

Dos vectores son sólo iguales si tienen la misma magnitud y dirección.

Es conveniente usar escalas y proporciones cuando se dibuja un vector.

1.10 The meaning of vectors that have the same magnitude and the same or opposite direction.



Suma de vectores:

Sea $\vec{A}$ y $\vec{B}$ dos vectores de un desplazamiento (seguido) entonces,

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B} \quad (1.2)$$

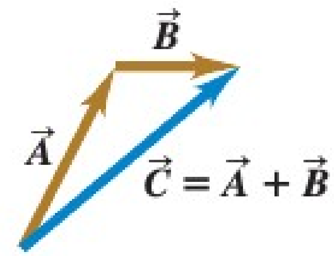
Donde $\vec{C}$ es el vector sumatoria o resultante.

La suma de vectores es conmutativa:

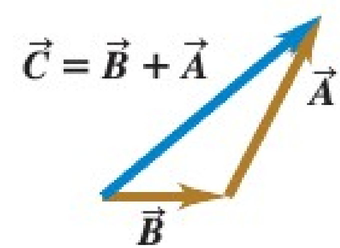
$$\vec{C} = \vec{B} + \vec{A} \quad \text{and} \quad \vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A} \quad (1.3)$$

1.11 Three ways to add two vectors. As shown in (b), the order in vector addition doesn't matter; vector addition is commutative.

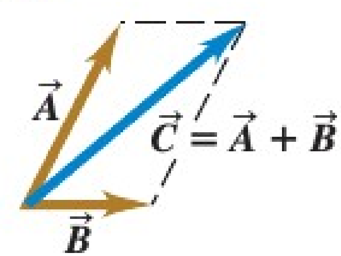
(a) We can add two vectors by placing them head to tail.



(b) Adding them in reverse order gives the same result.



(c) We can also add them by constructing a parallelogram.



La suma de vectores es asociativa, no importa el orden:

$$\vec{R} = (\vec{A} + \vec{B}) + \vec{C} = \vec{D} + \vec{C} \qquad \vec{R} = \vec{A} + (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} + \vec{E}$$

1.13 Several constructions for finding the vector sum $\vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$.

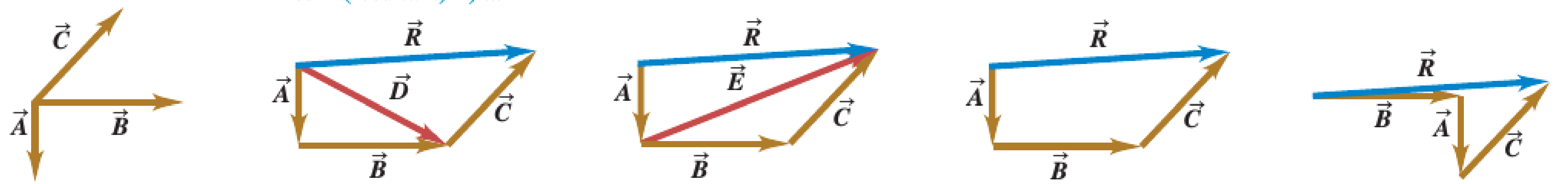
(a) To find the sum of these three vectors ...

(b) we could add $\vec{A}$ and $\vec{B}$ to get $\vec{D}$ and then add $\vec{C}$ to $\vec{D}$ to get the final sum (resultant) $\vec{R}$, ...

(c) or we could add $\vec{B}$ and $\vec{C}$ to get $\vec{E}$ and then add $\vec{A}$ to $\vec{E}$ to get $\vec{R}$, ...

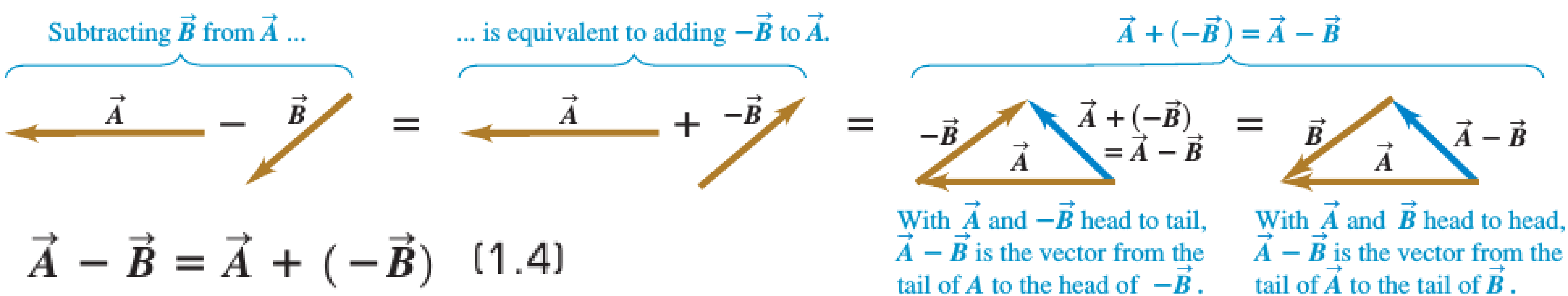
(d) or we could add $\vec{A}$, $\vec{B}$, and $\vec{C}$ to get $\vec{R}$ directly, ...

(e) or we could add $\vec{A}$, $\vec{B}$, and $\vec{C}$ in any other order and still get $\vec{R}$.



Resta de vectores : Sean $\vec{A}$ y $\vec{B}$ dos vectores

1.14 To construct the vector difference $\vec{A} - \vec{B}$, you can either place the tail of $-\vec{B}$ at the head of $\vec{A}$ or place the two vectors $\vec{A}$ and $\vec{B}$ head to head.



$$\vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B}) \quad (1.4)$$

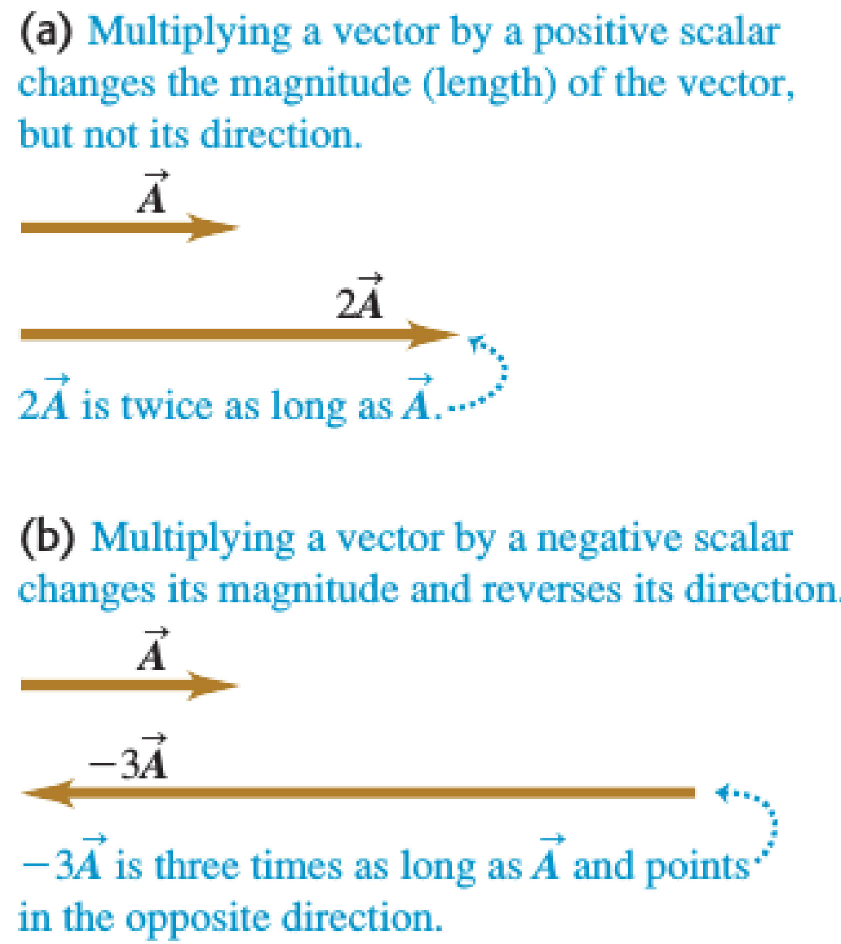
Multiplicación de un escalar por un vector

Ejemplo:

$$\vec{F} = m\vec{a};$$

Si m > 0, la fuerza tiene la misma dirección que la aceleración

1.15 Multiplying a vector (a) by a positive scalar and (b) by a negative scalar.



1.8 Componentes de vectores

$$\vec{A} = \vec{A}_x + \vec{A}_y \quad (1.5)$$

$$\frac{A_x}{A} = \cos\theta \qquad \text{and} \qquad \frac{A_y}{A} = \sin\theta$$

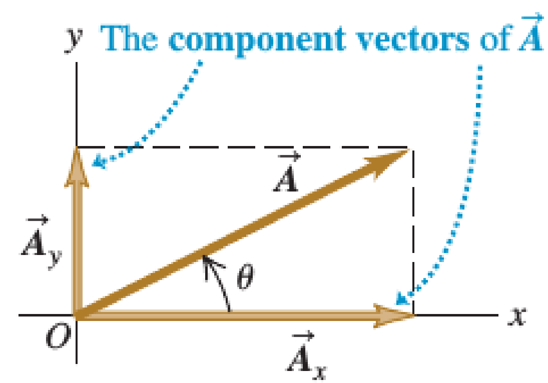
$$A_x = A\cos\theta \qquad \text{and} \qquad A_y = A\sin\theta$$

El ángulo θ se mide desde el eje +*x*, rotando hacia el eje +*y*

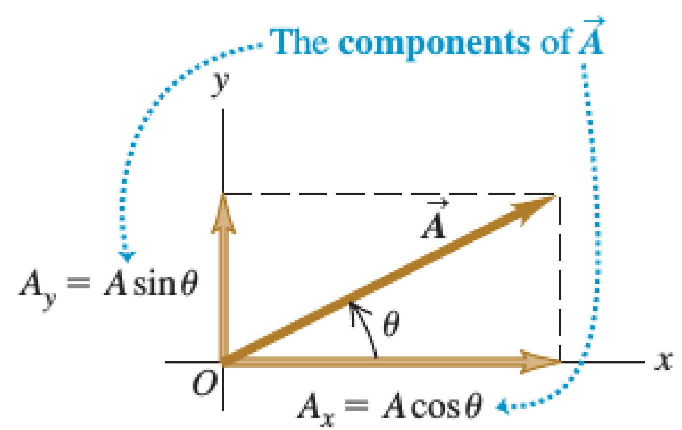
$$\tan\theta = \frac{A_y}{A_x} \qquad \text{and} \qquad \theta = \arctan\frac{A_y}{A_x} \quad (1.8)$$

1.17 Representing a vector $\vec{A}$ in terms of (a) component vectors $\vec{A}_x$ and $\vec{A}_y$ and (b) components A_x and A_y (which in this case are both positive).

(a)



(b)



Multiplicación de un vector por un escalar:

$$\vec{D} = c\vec{A}$$

$$D_x = cA_x \qquad D_y = cA_y \quad (1.9)$$

Vector resultante usando componentes:

$$R_x = A_x + B_x \qquad R_y = A_y + B_y \qquad (\text{components of } \vec{R} = \vec{A} + \vec{B}) \tag{1.10}$$

Se puede extender a muchos vectores:

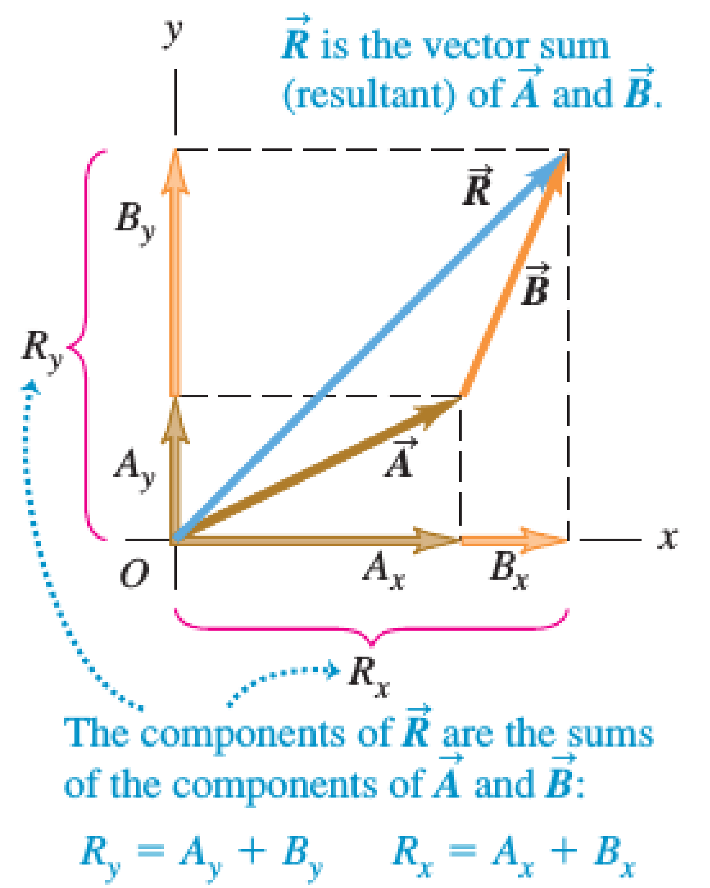
$$\begin{aligned} R_x &= A_x + B_x + C_x + D_x + E_x + \cdots \\ R_y &= A_y + B_y + C_y + D_y + E_y + \cdots \end{aligned} \tag{1.11}$$

Magnitud del vector, caso 3D:

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$

$$R_z = A_z + B_z + C_z + D_z + E_z + \cdots$$

1.21 Finding the vector sum (resultant) of $\vec{A}$ and $\vec{B}$ using components.



Ejemplo 1:
Un aeroplano viaja 209 km en línea recta formando un ángulo de 22.5° al NE (medido cr. al norte). ¿Qué distancia al norte y qué distancia al este viajó el aeroplano desde el punto de partida?

Ejemplo 2:
Un automóvil viaja hacia el este en una carretera a nivel por 32 km. Después da vuelta hacia el norte en una intersección y viaja 47 km antes de detenerse. Hallar el desplazamiento sobre la superficie de la Tierra.

1.9 Vectores Unitarios

Es un vector con magnitud 1, sin unidades. Sirve para describir una dirección en el espacio.

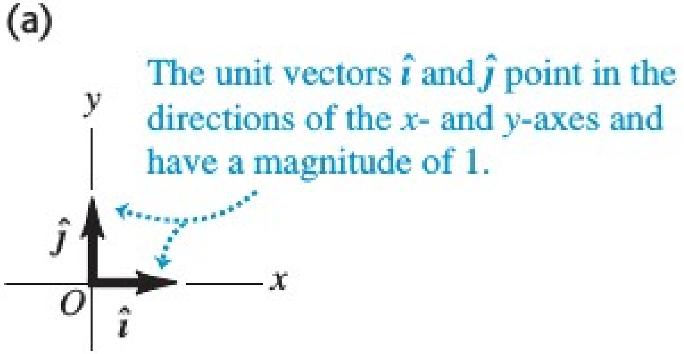
$$\vec{A}_x = A_x\hat{\imath}$$
$$\vec{A}_y = A_y\hat{\jmath} \qquad (1.13)$$

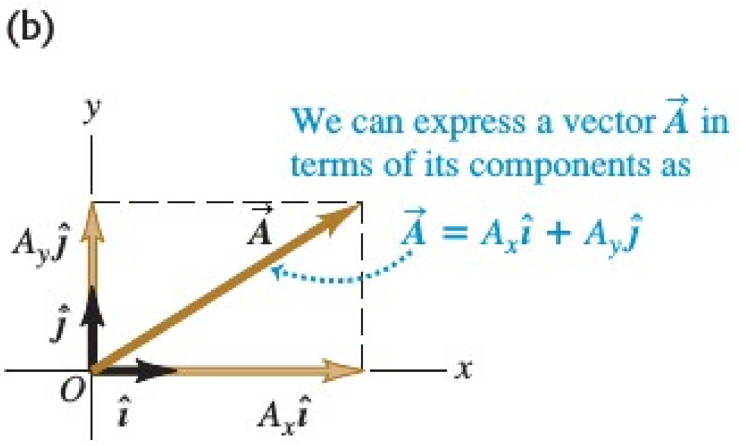
$$\vec{A} = A_x\hat{\imath} + A_y\hat{\jmath} \qquad (1.14)$$

Vector resultante de dos vectores:

$$\begin{aligned} \vec{A} &= A_x\hat{\imath} + A_y\hat{\jmath} \\ \vec{B} &= B_x\hat{\imath} + B_y\hat{\jmath} \\ \vec{R} &= \vec{A} + \vec{B} \\ &= (A_x\hat{\imath} + A_y\hat{\jmath}) + (B_x\hat{\imath} + B_y\hat{\jmath}) \\ &= (A_x + B_x)\hat{\imath} + (A_y + B_y)\hat{\jmath} \\ &= R_x\hat{\imath} + R_y\hat{\jmath} \end{aligned} \qquad (1.15)$$

1.23 (a) The unit vectors $\hat{\imath}$ and $\hat{\jmath}$. (b) Expressing a vector $\vec{A}$ in terms of its components.



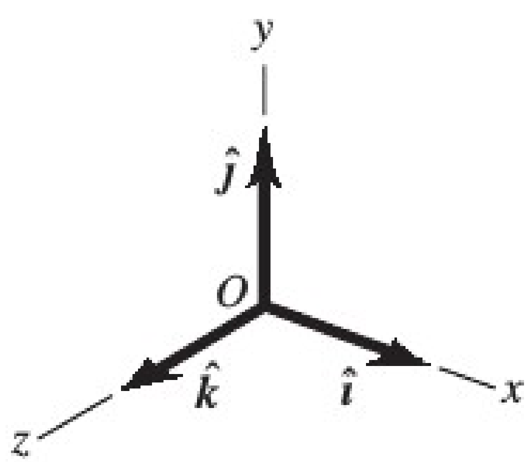


En 3D:

$$\vec{A} = A_x\hat{\imath} + A_y\hat{\jmath} + A_z\hat{k}$$
$$\vec{B} = B_x\hat{\imath} + B_y\hat{\jmath} + B_z\hat{k} \tag{1.16}$$

$$\begin{aligned}\vec{R} &= (A_x + B_x)\hat{\imath} + (A_y + B_y)\hat{\jmath} + (A_z + B_z)\hat{k} \\ &= R_x\hat{\imath} + R_y\hat{\jmath} + R_z\hat{k}\end{aligned} \tag{1.17}$$

1.24 The unit vectors $\hat{\imath}$, $\hat{\jmath}$, and $\hat{k}$.



Ejemplo 3:
Tres vectores coplanares estan expresados con respecto a un cierto sistema de coordenadas rectangulares como sigue:

(escribirlos en pizarra)

Donde las componentes están dadas en unidades arbitrarias.
Halle el vector que sea la suma de estos vectores.

1.10 Productos de vectores

- Producto escalar o punto:

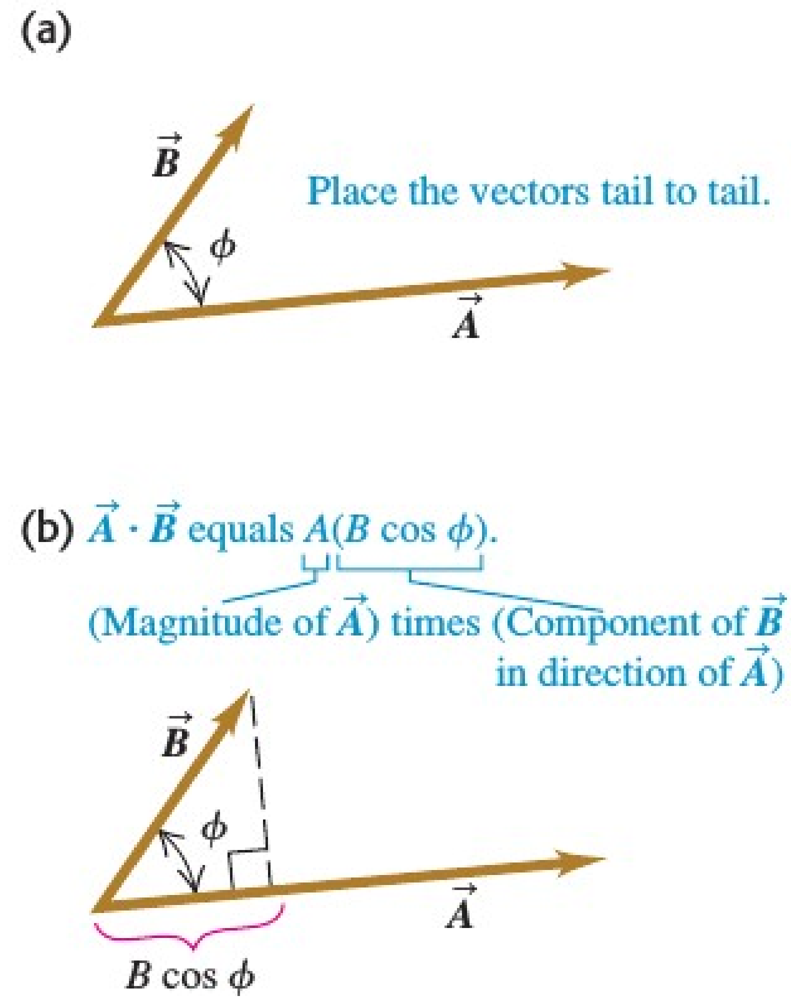
Sean $\vec{A}$ y $\vec{B}$ dos vectores

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB\cos\phi = |\vec{A}||\vec{B}|\cos\phi \quad (1.18)$$

$0 \leq \phi \leq 180°$

Proyección del vector $\vec{B}$ sobre la dirección de $\vec{A}$. Esa proyección es la componenente de $\vec{B}$ paralela a $\vec{A}$

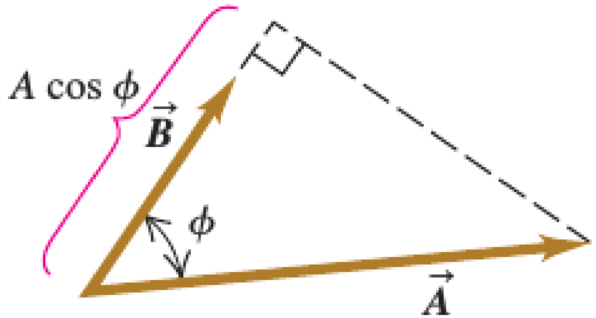
1.25 Calculating the scalar product of two vectors, $\vec{A} \cdot \vec{B} = AB\cos\phi$.



También podemos definir $\vec{A} \cdot \vec{B}$ como la magnitud de $\vec{B}$ multiplicada por la componente de $\vec{A}$ paralela a $\vec{B}$

(c) $\vec{A} \cdot \vec{B}$ also equals $\underbrace{B}_{\text{(Magnitude of } \vec{B}\text{)}}\underbrace{(A \cos \phi)}_{\text{(Component of } \vec{A} \text{ in direction of } \vec{B}\text{)}}$

(Magnitude of $\vec{B}$) times (Component of $\vec{A}$ in direction of $\vec{B}$)



Nota: hacer deducción del producto punto.

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z \quad (1.21)$$

El producto escalar de dos vectores es la suma de los productos de sus respectivas componentes

- Producto vectorial (producto cruz):

$$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B},$$

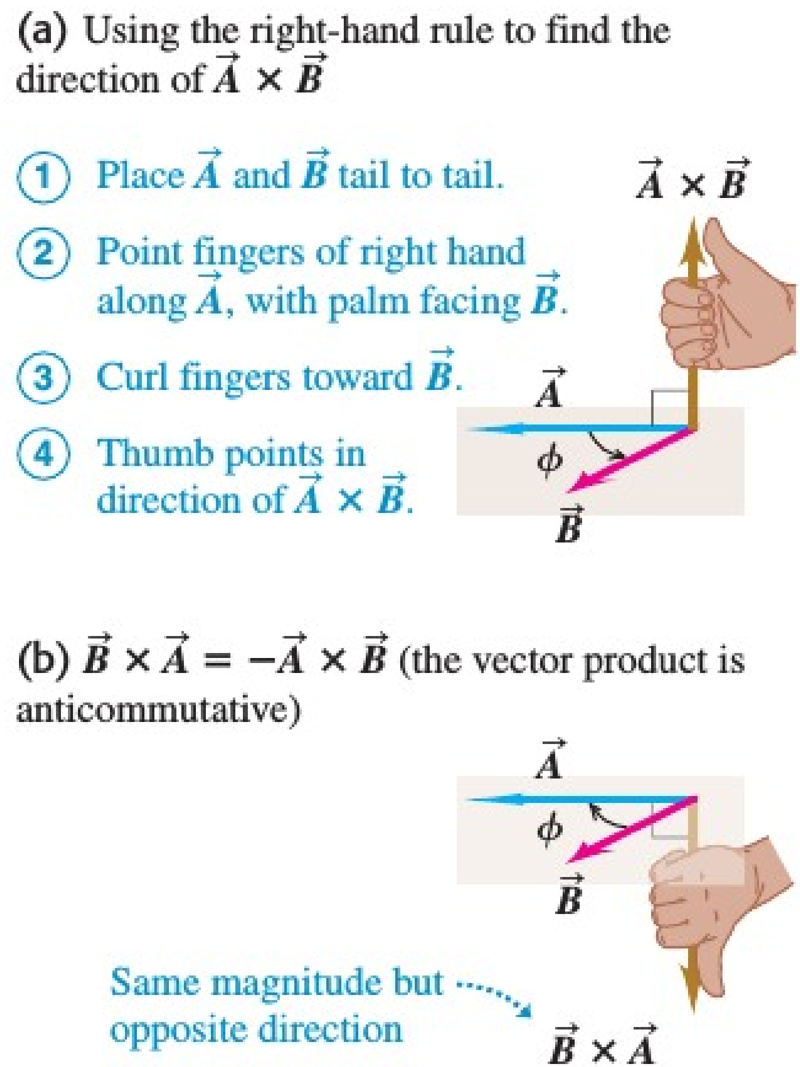
El resultado es siempre un vector, con magnitud:

$$C = AB\sin\phi \quad (1.22)$$

Anticonmutativo:

$$\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A} \quad (1.23)$$

1.29 (a) The vector product $\vec{A} \times \vec{B}$ determined by the right-hand rule.
(b) $\vec{B} \times \vec{A} = -\vec{A} \times \vec{B}$; the vector product is anticommutative.



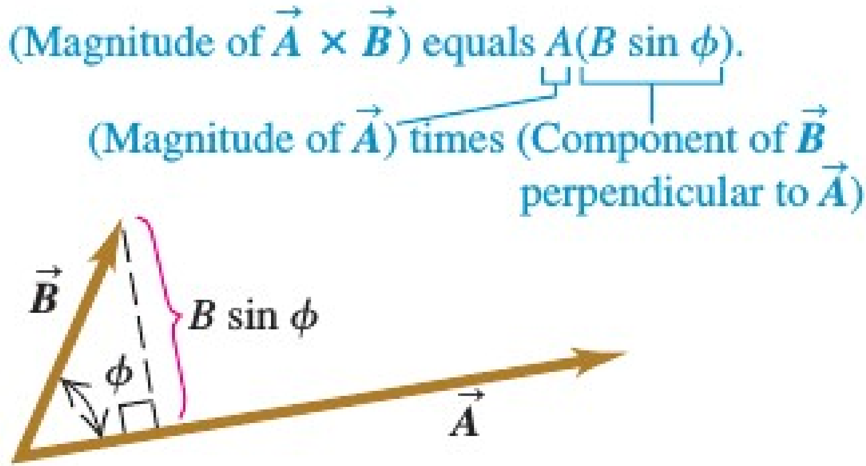
Interpretación geométrica: $C = AB \sin \phi$ (1.22)

$B \sin \phi$: componente de $\vec{B}$ perpendicular a la dirección de $\vec{A}$

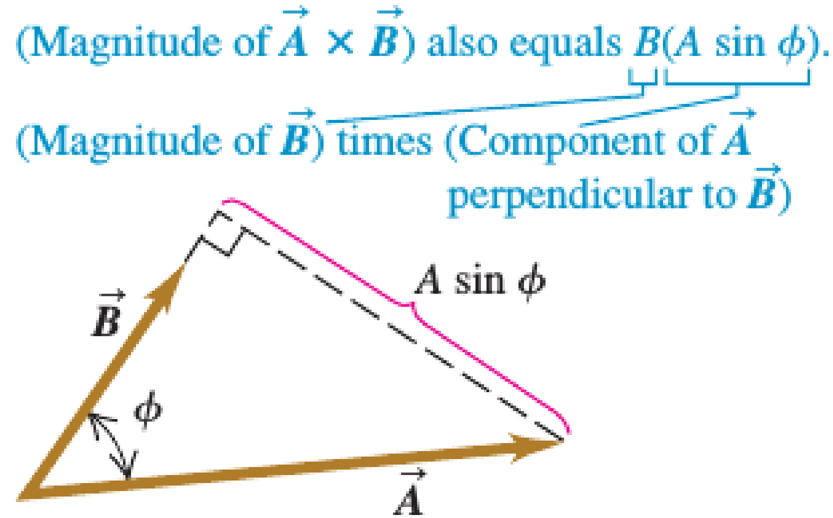
$A \sin \phi$: componente de $\vec{A}$ perpendicular a la dirección de $\vec{B}$

1.30 Calculating the magnitude $AB \sin \phi$ of the vector product of two vectors, $\vec{A} \times \vec{B}$.

(a)



(b)



$$\vec{A} \times \vec{B} = (A_yB_z - A_zB_y)\hat{\imath} + (A_zB_x - A_xB_z)\hat{\jmath} + (A_xB_y - A_yB_x)\hat{k} \quad (1.26)$$

Las componentes de $\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$:

$$C_x = A_yB_z - A_zB_y \qquad C_y = A_zB_x - A_xB_z \qquad C_z = A_xB_y - A_yB_x \quad (1.27)$$

$$(\text{components of } \vec{C} = \vec{A} \times \vec{B})$$

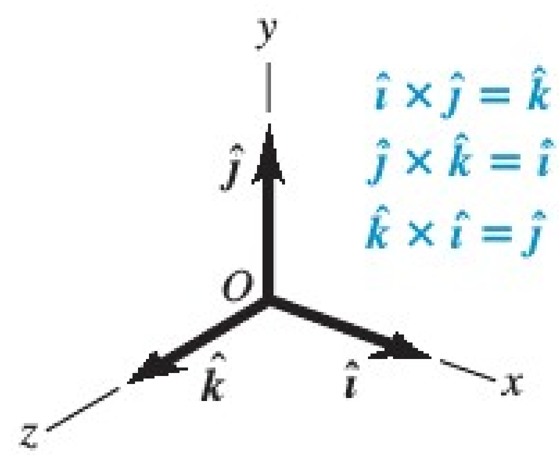
$$\hat{\imath} \times \hat{\imath} = \hat{\jmath} \times \hat{\jmath} = \hat{k} \times \hat{k} = \mathbf{0}$$

$$\hat{\imath} \times \hat{\jmath} = -\hat{\jmath} \times \hat{\imath} = \hat{k}$$

$$\hat{\jmath} \times \hat{k} = -\hat{k} \times \hat{\jmath} = \hat{\imath}$$

$$\hat{k} \times \hat{\imath} = -\hat{\imath} \times \hat{k} = \hat{\jmath}$$

(a) A right-handed coordinate system



Ejemplo 4:

Encuentre el ángulo entre cada uno de los siguientes pares de vectores:

(a) $\vec{A} = -2.00\hat{\imath} + 6.00\hat{\jmath}$ and $\vec{B} = 2.00\hat{\imath} - 3.00\hat{\jmath}$
(b) $\vec{A} = 3.00\hat{\imath} + 5.00\hat{\jmath}$ and $\vec{B} = 10.00\hat{\imath} + 6.00\hat{\jmath}$
(c) $\vec{A} = -4.00\hat{\imath} + 2.00\hat{\jmath}$ and $\vec{B} = 7.00\hat{\imath} + 14.00\hat{\jmath}$

Ejemplo 5:
Producto cruz via determinante.

Ejercicios recomendados Cap. 1

Física Universitaria, 13th edición:

27, 29, 31, 36, 37, 39, 43, 42, 46, 50, 66, 73, y 79.